مدرسة راهبات المخلص الناصرة
بيت ספר נזירות המושיע נצרת
SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
الناصرة ١٦١٠١ ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 🖷 04/6084337 NAZARETH 16101 נצרת
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

ورقة عمل: المثلّث المتساوي الساقين وتطابق المثلّثات

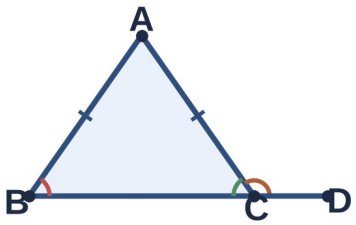
الصف التاسع – 5 وحدات

تذكير

- في المثلّث المتساوي الساقين زاويتا القاعدة متساويتان، وبالعكس: إذا تساوت زاويتان في مثلّث فالضلعان المقابلان لهما متساويان.
- في المثلّث المتساوي الساقين: منصّف زاوية الرأس هو أيضًا متوسّط للقاعدة وارتفاع عليها.
- نظريّات عكسيّة: إذا كان في مثلّث منصّف زاوية هو أيضًا ارتفاع، أو متوسّط هو أيضًا ارتفاع، أو منصّف زاوية هو أيضًا متوسّط، فالمثلّث متساوي الساقين.
- نظريّات التطابق: ض ز ض (ضلعان والزاوية المحصورة بينهما)، ز ض ز (ضلع والزاويتان المجاورتان له)، ض ض ض (ثلاثة أضلاع). في مثلّثين متطابقين: الأضلاع المتناظرة متساوية، والزوايا المتناظرة متساوية.
- مستقيمان متوازيان يقطعهما قاطع: الزوايا المتناظرة متساوية، والزوايا المتبادلة متساوية، ومجموع الزاويتين المتحالفتين 180 درجة.
- في كلّ مثلّث: مقابل الضلع الأكبر تقع الزاوية الأكبر، وبالعكس: مقابل الزاوية الأكبر يقع الضلع الأكبر.
- في المثلّث القائم الزاوية الذي فيه زاوية قياسها 30 درجة: الضلع المقابل لهذه الزاوية يساوي نصف الوتر. وبالعكس: إذا كان أحد الضلعين القائمين يساوي نصف الوتر، فالزاوية المقابلة له قياسها 30 درجة.
- في المثلّث القائم الزاوية: المتوسّط إلى الوتر يساوي نصف الوتر.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

أوّلًا: المثلّث المتساوي الساقين والمستقيمات المتوازية



1. في المثلّث ABC: $AB = AC$. النقطة D تقع على امتداد الضلع BC. معطى:

$\measuredangle B = (3x + 10)^\circ$, $\measuredangle C = (5x - 20)^\circ$

أ) احسب قيمة x، وعلّل.

$x =$ _____

التعليل: _____

ب) احسب قياسات زوايا المثلّث ABC.

$\measuredangle C =$ _____ $\measuredangle B =$ _____

$\measuredangle A =$ _____

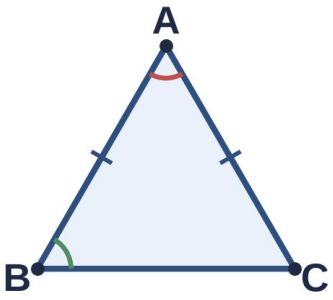
ج) احسب قياس الزاوية $\measuredangle ACD$. هل يساوي مجموع الزاويتين $\measuredangle A$ و $\measuredangle B$ ؟ علّل.

$\measuredangle ACD =$ _____

التعليل: _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

2. في المثلّث ABC: $AB = AC$. معطى (الأطوال بالسنتيمترات):



$\measuredangle A = 2x°$, $\measuredangle B = (x + 30)°$

$AB = 3y + 1$, $BC = 2y + 5$

أ) احسب قيمة x، ثمّ احسب قياسات زوايا المثلّث.

$\measuredangle A =$ _____ $x =$ _____

$\measuredangle C =$ _____ $\measuredangle B =$ _____

ب) ما نوع المثلّث ABC؟ علّل.

الجواب: _____

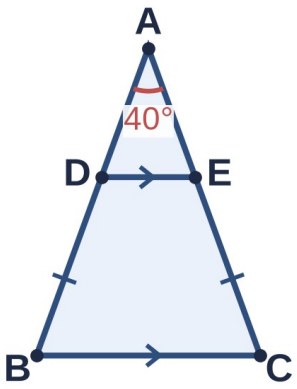
التعليل: _____

ج) احسب قيمة y، ثمّ احسب محيط المثلّث.

$P =$ _____ $y =$ _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

3. في المثلّث ABC: $AB = AC$. النقطة D على الضلع AB، والنقطة E على الضلع AC، بحيث $DE \parallel BC$.



أ) برهن أنّ المثلّث ADE متساوي الساقين.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		
6		

ب) معطى: $\measuredangle A = 40°$. احسب قياس الزاوية $\measuredangle ADE$ ، وعلّل.

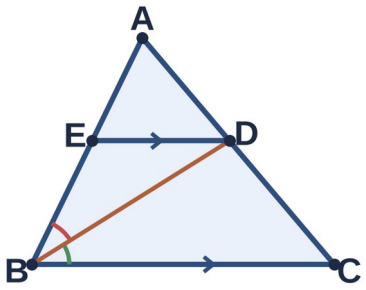
$\measuredangle ADE =$ _____

التعليل: _____

ج) برهن أنّ $DB = EC$.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

4. في المثلّث ABC: BD منصّف الزاوية ∢ABC ،
والنقطة D على الضلع AC. من النقطة D رُسم مستقيم موازٍ للضلع BC يقطع الضلع AB في النقطة E.



أ) برهن أنّ المثلّث EBD متساوي الساقين.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		
6		

ب) معطى: ∢ABC = 64°. احسب قياس الزاوية ∢BED بطريقتين مختلفتين.

∢BED = _____

ج) معطى أيضًا: AE = 5 سم، ED = 6 سم. احسب طول الضلع AB، وعلّل.

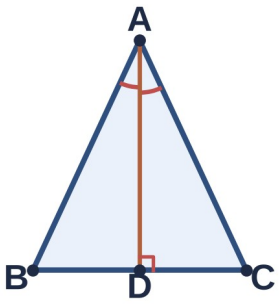
AB = _____

التعليل: _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ثانيًا: متى يكون المثلّث متساوي الساقين؟ (نظريّات عكسيّة)

5. في المثلّث ABC: $AD \perp BC$ ، وAD منصّف الزاوية $\sphericalangle BAC$ ، والنقطة D على الضلع BC.



أ) برهن أنّ $\triangle ACD \cong \triangle ABD$.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب) استنتج أنّ المثلّث ABC متساوي الساقين، وعلّل.

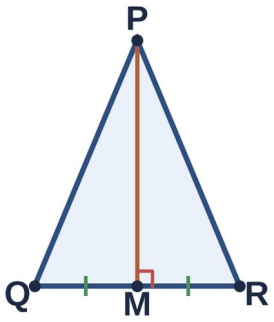
التعليل: _____

ج) معطى: $AB = 10$ سم، $BC = 16$ سم. احسب طول AD ومساحة المثلّث ABC.

$AD =$ _____ $S =$ _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

6. في المثلّث PQR: PM متوسّط للضلع QR، وهو أيضًا ارتفاع على QR.



أ) برهن أنّ المثلّث PQR متساوي الساقين.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب) معطى (الأطوال بالسنتيمترات):

$QR = 10$, $PR = x + 8$, $PQ = 3x - 2$

احسب قيمة x، وطول PQ، وطول الارتفاع PM، ومساحة المثلّث PQR.

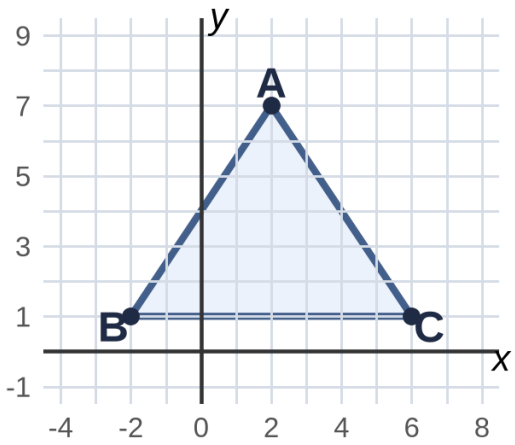
x = _____ PQ = _____

PM = _____ S = _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

7. في هيئة المحاور مرسوم المثلّث ABC، فيه:

A (2 , 7) , B (−2 , 1) , C (6 , 1)



أ) جد إحداثيّي النقطة M، منتصف الضلع BC.

M (_____ , _____)

ب) اشرح لماذا AM ⊥ BC ، ثمّ استنتج أنّ المثلّث ABC متساوي الساقين. علّل.

ج) احسب طول الضلع AB ومساحة المثلّث ABC.

AB = _____ S = _____

د) جد جميع النقاط D على المستقيم x = 2 التي تكون عندها مساحة المثلّث DBC مساوية لـ 32 وحدة مربّعة. لماذا كلّ مثلّث كهذا متساوي الساقين؟

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

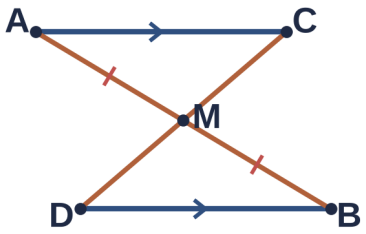
ثالثًا: تطابق المثلّثات

8. في كلّ بند معطى مثلّثان $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$. ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة: حسب أيّ نظريّة يتطابق المثلّثان؟

أ	$AB = DE,\ \measuredangle A = \measuredangle D,\ AC = DF$	ض ز ض	ز ض ز	ض ض ض	المعطيات لا تكفي
ب	$\measuredangle A = \measuredangle D,\ AB = DE,\ \measuredangle B = \measuredangle E$	ض ز ض	ز ض ز	ض ض ض	المعطيات لا تكفي
ج	$AB = DE,\ BC = EF,\ CA = FD$	ض ز ض	ز ض ز	ض ض ض	المعطيات لا تكفي
د	$\measuredangle A = \measuredangle D,\ \measuredangle B = \measuredangle E,\ \measuredangle C = \measuredangle F$	ض ز ض	ز ض ز	ض ض ض	المعطيات لا تكفي

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

9. القطعتان AB وCD تتقاطعان في النقطة M. معطى: M منتصف القطعة AB، و AC ∥ DB.



أ) برهن أنّ △BMD ≅ △AMC.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب) استنتج أنّ M منتصف القطعة CD، وعلّل.

التعليل: _____

ج) معطى أيضًا (الأطوال بالسنتيمترات):

$AC = 2x + 3$, $BD = 4x - 9$

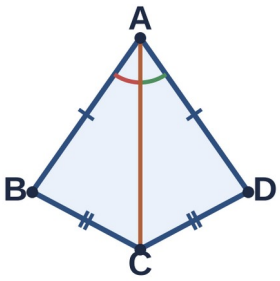
احسب قيمة x وطول القطعة AC.

AC = _____ x = _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

10. في الشكل الرباعيّ ABCD: $AB = AD$ ، $CB = CD$. القطر AC مرسوم. معطى:

$\measuredangle DAC = (3x - 10)°$, $\measuredangle BAC = (2x + 5)°$



أ) برهن أنّ $\triangle ADC \cong \triangle ABC$.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب) استنتج أنّ $\measuredangle BAC = \measuredangle DAC$ ، ثمّ احسب قيمة x وقياس الزاوية $\measuredangle BAD$.

$\measuredangle BAD =$ _____ $x =$ _____

ج) معطى أيضًا: $\measuredangle BCD = 124°$. احسب قياس الزاوية $\measuredangle ABC$ ، وعلّل.

$\measuredangle ABC =$ _____

التعليل: _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

رابعًا: الأضلاع والزوايا، والمثلّث القائم الزاوية

11. العلاقة بين الأضلاع والزوايا في المثلّث.

أ) في المثلّث ABC معطى:

$\measuredangle A = (2x + 10)^\circ$, $\measuredangle B = (3x - 5)^\circ$, $\measuredangle C = (x + 25)^\circ$

احسب قيمة x وقياسات الزوايا، ثمّ رتّب أضلاع المثلّث من الأطول إلى الأقصر. علّل.

____ > ____ > ____

ب) في المثلّث KLM معطى: $KL = 7$ سم، $LM = 9$ سم، $KM = 5$ سم. رتّب زوايا المثلّث من الأكبر إلى الأصغر. علّل.

____ > ____ > ____

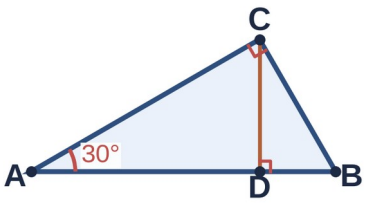
ج) في المثلّث PQR معطى: $\measuredangle P = 100^\circ$. ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة: الضلع الأطول في المثلّث هو

PQ QR PR لا يمكن التحديد

علّل:

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

12. في المثلّث ABC: $\measuredangle ACB = 90°$ ، $\measuredangle A = 30°$ ، و CD ارتفاع على الوتر AB. معطى: $AB = 16$ سم.



أ) احسب طول الضلع BC، وعلّل.

$BC =$ _____

التعليل: _____

ب) احسب قياس الزاوية $\measuredangle BCD$ ، ثمّ احسب طولي القطعتين BD وAD.

$\measuredangle BCD =$ _____

$AD =$ _____ $BD =$ _____

ج) احسب طول الارتفاع CD. اترك الجواب بصورة جذر.

$CD =$ _____

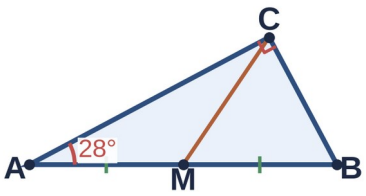
د) في المثلّث KLM: $\measuredangle L = 90°$ ، $KM = 10$ سم، $LM = 5$ سم. احسب قياسي الزاويتين $\measuredangle K$ و $\measuredangle M$ ، وعلّل.

$\measuredangle M =$ _____ $\measuredangle K =$ _____

التعليل: _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

13. في المثلّث ABC: $\measuredangle ACB = 90°$ ، وCM متوسّط إلى الوتر AB. معطى: $\measuredangle A = 28°$ ، $AB = 18$ سم.



أ) احسب طول CM، وعلّل.

$CM =$ _____

التعليل: _____

ب) احسب قياسات الزوايا $\measuredangle ACM$ ، $\measuredangle MCB$ ، $\measuredangle CMB$. علّل.

$\measuredangle MCB =$ _____ $\measuredangle ACM =$ _____

$\measuredangle CMB =$ _____

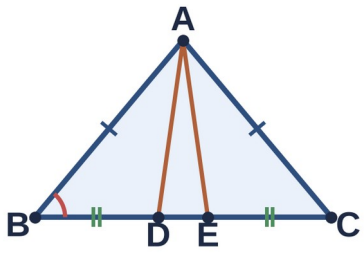
ج) برهان: افرض أنّ $\measuredangle A = 30°$ في مثلّث قائم الزاوية ABC كهذا. برهن أنّ المثلّث CMB متساوي الأضلاع، واستنتج أنّ BC يساوي نصف الوتر AB.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

خامسًا: أسئلة مدمجة

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

14. في المثلّث ABC: $AB = AC$. النقطتان D وE على الضلع BC، بحيث $BD = CE$.



أ) برهن أنّ $\triangle ACE \cong \triangle ABD$.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب) استنتج أنّ المثلّث ADE متساوي الساقين.

ج) معطى:

$\sphericalangle CAE = (2x - 8)^\circ$, $\sphericalangle BAD = (x + 12)^\circ$

احسب قيمة x وقياس الزاوية $\sphericalangle BAD$.

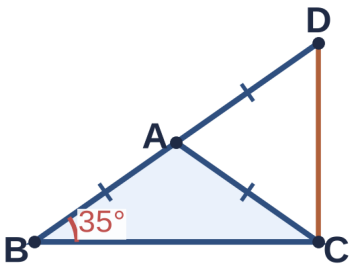
$\sphericalangle BAD =$ _____ $x =$ _____

د) معطى أيضًا: $\sphericalangle B = 50^\circ$. احسب قياسي الزاويتين $\sphericalangle ADE$ و $\sphericalangle DAE$.

$\sphericalangle DAE =$ _____ $\sphericalangle ADE =$ _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

15. في المثلّث ABC: $AB = AC$. النقطة D على امتداد الضلع BA بعد النقطة A، بحيث $AD = AB$.



أ) معطى: $\measuredangle ABC = 35°$. احسب قياسات الزوايا: $\measuredangle BAC$ ، $\measuredangle CAD$ ، $\measuredangle ACD$ ، ثمّ $\measuredangle BCD$.

$\measuredangle CAD =$ _____ $\measuredangle BAC =$ _____

$\measuredangle BCD =$ _____ $\measuredangle ACD =$ _____

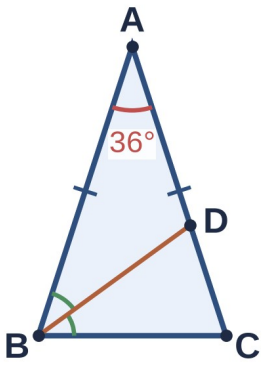
ب) برهن أنّ $\measuredangle BCD = 90°$ مهما كان قياس الزاوية $\measuredangle ABC$.

إرشاد: ارمز إلى قياس الزاوية $\measuredangle ABC$ بـ α.

ج) ما العلاقة بين هذا السؤال ونظريّة المتوسّط إلى الوتر في المثلّث القائم الزاوية؟

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

16. تحدٍّ: في المثلّث ABC: $AB = AC$ و $\measuredangle A = 36°$.
BD منصّف الزاوية $\measuredangle ABC$ ، والنقطة D على الضلع AC.



أ) احسب قياسات زوايا المثلّثين ABD وBDC.

ب) برهن أنّ $AD = BD = BC$.

ج) كم مثلّثًا متساوي الساقين في الرسم؟ اكتبها.

د) معطى: $BC = 6$ سم. ما طول القطعة AD؟

AD = _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي