مدرسة راهبات المخلص الناصرة
בית ספר נזירות המושיע נצרת
SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
الناصرة ١٦١٠١ ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 🖷 04/6084337 נצרת 16101 NAZARETH
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

ورقة عمل: شبه المنحرف

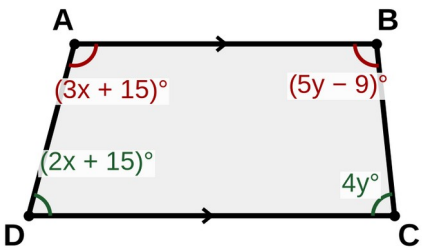
الصف التاسع

تذكير

- شبه المنحرف شكل رباعيّ فيه زوج واحد فقط من الأضلاع المتوازية (القاعدتان)، والضلعان الآخران ساقان. مجموع الزاويتين المجاورتين لساق واحدة $180°$.
- شبه المنحرف المتساوي الساقين: ساقاه متساويتان، وزاويتا كلّ قاعدة متساويتان، وقطراه متساويان.
- شروط كافية لشبه منحرف متساوي الساقين: زاويتا إحدى قاعدتيه متساويتان، أو قطراه متساويان.
- القطعة المتوسّطة في شبه المنحرف تصل بين منتصفي الساقين، وتوازي القاعدتين، وطولها نصف مجموعهما. والمستقيم الخارج من منتصف ساق موازيًا للقاعدتين ينصّف الساق الأخرى.
- القطعة المتوسّطة في المثلّث تصل بين منتصفي ضلعين، وتوازي الضلع الثالث وتساوي نصفه.
- مساحة شبه المنحرف $= (a + b) \cdot h \div 2$ (a وb القاعدتان، h الارتفاع).

أوّلًا: حسابات

1. ABCD شبه منحرف، $AB \parallel DC$. معطى: $\sphericalangle A = (3x + 15)°$ ، $\sphericalangle D = (2x + 15)°$ ، $\sphericalangle B = (5y - 9)°$ ، $\sphericalangle C = 4y°$.



أ. جد x، واحسب $\sphericalangle A$ و $\sphericalangle D$. علّل.

.....

.....

.....

ب. جد y، واحسب $\sphericalangle B$ و $\sphericalangle C$.

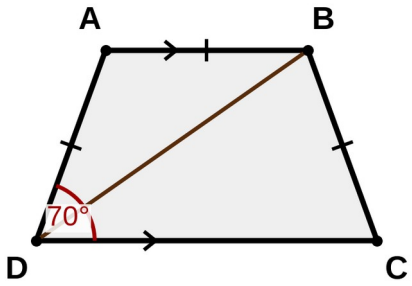
.....

.....

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

2. ABCD شبه منحرف متساوي الساقين:
$AB \parallel DC$ و $AD = BC$. معطى أيضًا:
$AB = AD$ و $\sphericalangle ADC = 70°$. رُسم القطر DB.



أ. احسب $\sphericalangle ABD$ و $\sphericalangle BDC$. علّل.

.....

.....

.....

ب. احسب $\sphericalangle BAD$ و $\sphericalangle DBC$. علّل.

.....

.....

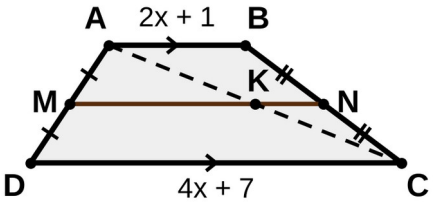
.....

ج. ما الذي يمكن قوله عن القطر DB بالنسبة للزاوية $\sphericalangle ADC$ ؟

.....

.....

3. ABCD شبه منحرف، $AB \parallel DC$ ، وMN القطعة المتوسّطة فيه. القطر AC يقطع MN في النقطة K.
معطى: $AB = 2x + 1$ ، $DC = 4x + 7$ ،
$MN = 13$ (بالسنتيمتر).



أ. جد x، واحسب طولي القاعدتين.

.....

.....

.....

ب. احسب طولي القطعتين MK وKN. علّل.

.....

.....

.....

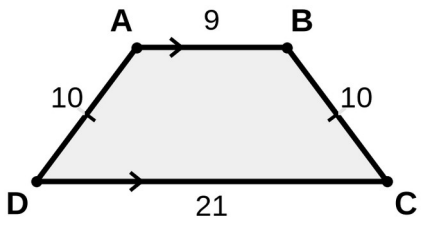
ج. إذا كان ارتفاع شبه المنحرف 6 سم، فاحسب مساحته.

.....

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

4. ABCD شبه منحرف متساوي الساقين، طولا قاعدتيه $AB = 9$ سم و $DC = 21$ سم، وطول كلّ ساق 10 سم.



أ. أنزل الارتفاعين من A ومن B إلى DC، واحسب ارتفاع شبه المنحرف.

.....

.....

.....

.....

ب. احسب مساحة شبه المنحرف وطول القطعة المتوسّطة فيه.

.....

.....

.....

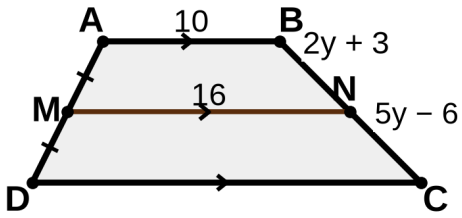
ج. احسب طول القطر AC.

.....

.....

.....

5. ABCD شبه منحرف، $AB \parallel DC$ ، وM منتصف الساق AD. من M رُسم مستقيم موازٍ للقاعدتين يقطع الساق BC في النقطة N. معطى: $AB = 10$ ، $MN = 16$ ، $BN = 2y + 3$ ، $NC = 5y - 6$ (بالسنتيمتر).



أ. جد y، واحسب طول الساق BC. علّل.

.....

.....

.....

ب. احسب طول القاعدة DC.

.....

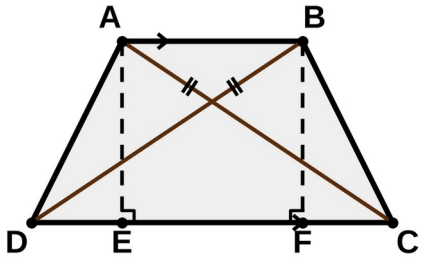
.....

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ثانيًا: براهين

6. معطى: ABCD شبه منحرف، $AB \parallel DC$ ، وقطراه متساويان: $AC = BD$. AE وBF ارتفاعان على القاعدة DC.



أ. برهن: $\triangle AEC \cong \triangle BFD$.

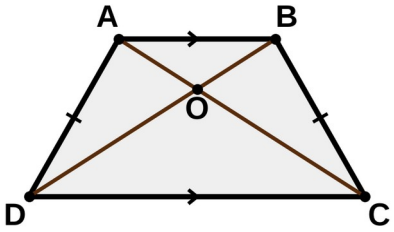
	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

ب. برهن: ABCD شبه منحرف متساوي الساقين.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

7. معطى: ABCD شبه منحرف متساوي الساقين: $AB \parallel DC$ و $AD = BC$. قطراه يتقاطعان في النقطة O.



أ. برهن: $\triangle ADC \cong \triangle BCD$.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

ب. برهن: المثلّث DOC متساوي الساقين.

.....

.....

.....

ج. برهن: $AO = BO$.

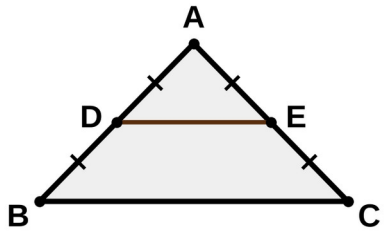
.....

.....

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

8. معطى: ABC مثلّث متساوي الساقين، $AB = AC$. النقطة D منتصف AB والنقطة E منتصف AC.



أ. برهن: DECB شبه منحرف متساوي الساقين.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

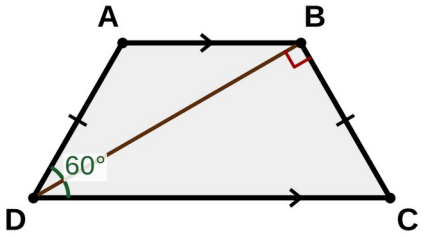
ب. إذا كان $AB = AC = 10$ سم و $BC = 14$ سم، فاحسب محيط شبه المنحرف DECB.

.....

.....

.....

9. معطى: ABCD شبه منحرف متساوي الساقين: $AB \parallel DC$ و $AD = BC = 6$ سم. معطى أيضًا: $\sphericalangle ADC = 60°$ والقطر BD عموديّ على الساق BC.



أ. احسب زوايا المثلّث ABD. علّل.

.....

.....

.....

ب. برهن: $AB = AD$.

.....

.....

.....

ج. احسب طول القاعدة DC، ثمّ محيط شبه المنحرف. (تذكير: في المثلّث القائم، الضلع المقابل للزاوية $30°$ يساوي نصف الوتر.)

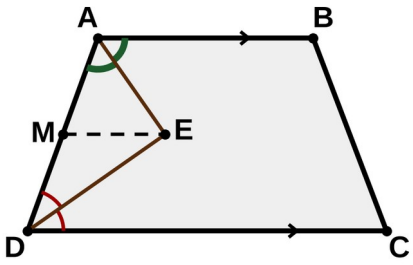
.....

.....

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

10. سؤال تحدٍّ: معطى: ABCD شبه منحرف، $AB \parallel DC$. منصّفا الزاويتين $\sphericalangle BAD$ و $\sphericalangle ADC$ يلتقيان في النقطة E، وM منتصف الساق AD.



أ. برهن: $\sphericalangle AED = 90°$.

.....

.....

.....

.....

ب. برهن: $ME = MA$.

.....

.....

.....

ج. برهن: $ME \parallel DC$ ، واستنتج أنّ النقطة E تقع على القطعة المتوسّطة لشبه المنحرف.

.....

.....

.....

.....

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الإجابات

السؤال 1

أ. $\measuredangle A + \measuredangle D = 180°$ لأنّهما زاويتان متحالفتان و $AB \parallel DC$: $3x + 15 + 2x + 15 = 180$ ، إذن $5x = 150$ و $x = 30$.

$\measuredangle A = 105°$ و $\measuredangle D = 75°$.

ب. $\measuredangle B + \measuredangle C = 180°$: $5y - 9 + 4y = 180$ ، إذن $9y = 189$ و $y = 21$. و $\measuredangle B = 96°$ و $\measuredangle C = 84°$.

السؤال 2

أ. $AB = AD$ معطى، إذن المثلّث ABD متساوي الساقين و $\measuredangle ADB = \measuredangle ABD$.

$\measuredangle ABD = \measuredangle BDC$ لأنّهما زاويتان متبادلتان و $AB \parallel DC$ ، إذن

$\measuredangle ADB = \measuredangle BDC = 70° \div 2 = 35°$ ، و $\measuredangle ABD = \measuredangle BDC = 35°$.

ب. $\measuredangle BAD = 180° - 70° = 110°$ لأنّهما زاويتان متحالفتان. $\measuredangle ABC = \measuredangle BAD = 110°$ لأنّهما زاويتا قاعدة في شبه منحرف متساوي الساقين، إذن $\measuredangle DBC = 110° - 35° = 75°$.

ج. القطر DB ينصّف الزاوية $\measuredangle ADC$ ، لأنّ $35° + 35° = 70°$.

السؤال 3

أ. $(2x + 1 + 4x + 7) \div 2 = 13$ ، إذن $6x + 8 = 26$ و $x = 3$. $AB = 7$ سم و $DC = 19$ سم.

ب. MK قطعة متوسّطة في المثلّث ADC، لأنّ M منتصف AD و $MK \parallel DC$ ، إذن $MK = 19 \div 2 = 9.5$ سم.

KN قطعة متوسّطة في المثلّث ABC، إذن $KN = 7 \div 2 = 3.5$ سم. وللتحقّق: $3.5 + 9.5 = 13$.

ج. المساحة $= 13 \cdot 6 = 78$ سم^2.

السؤال 4

أ. الارتفاعان يقسمان القاعدة DC إلى $6 + 9 + 6$. في المثلّث القائم: $h^2 = 10^2 - 6^2 = 64$ ، إذن $h = 8$ سم.

ب. المساحة $= (9 + 21) \cdot 8 \div 2 = 120$ سم^2، والقطعة المتوسّطة $= (9 + 21) \div 2 = 15$ سم.

ج. إذا كان E موقع الارتفاع النازل من A فإنّ $EC = 21 - 6 = 15$ سم، و $AC^2 = 15^2 + 8^2 = 289$ ، إذن $AC = 17$ سم.

السؤال 5

أ. المستقيم الذي يخرج من منتصف ساق موازيًا للقاعدتين ينصّف الساق الأخرى، إذن $BN = NC$:

$2y + 3 = 5y - 6$ ، إذن $y = 3$ ، و $BN = NC = 9$ سم، و $BC = 18$ سم.

ب. MN قطعة متوسّطة: $(10 + DC) \div 2 = 16$ ، إذن $DC = 22$ سم.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 6

أ.

	الادّعاء	التعليل
1	AE = BF	المسافة بين مستقيمين متوازيين ثابتة
2	∢AEC = ∢BFD = 90°	AE وBF ارتفاعان
3	AC = BD	معطى
4	△AEC ≅ △BFD	ض.ض.ز (الزاوية مقابلة للضلع الأكبر، وهو الوتر)

ب.

	الادّعاء	التعليل
1	∢ACD = ∢BDC	زاويتان متناظرتان في مثلّثين متطابقين
2	DC = DC	ضلع مشترك
3	△ADC ≅ △BCD	ض.ز.ض: بحسب 1 و2، و AC = BD معطى
4	AD = BC	ضلعان متناظران في مثلّثين متطابقين
5	ABCD شبه منحرف متساوي الساقين	شبه منحرف ساقاه متساويتان

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 7

أ.

	الادّعاء	التعليل
1	$AD = BC$	معطى
2	$\sphericalangle ADC = \sphericalangle BCD$	زاويتا القاعدة في شبه منحرف متساوي الساقين
3	$DC = DC$	ضلع مشترك
4	$\triangle ADC \cong \triangle BCD$	ض.ز.ض

ب.

	الادّعاء	التعليل
1	$\sphericalangle ACD = \sphericalangle BDC$	زاويتان متناظرتان في مثلّثين متطابقين
2	المثلّث DOC متساوي الساقين	فيه زاويتان متساويتان

ج.

	الادّعاء	التعليل
1	$OD = OC$	ضلعان مقابلان لزاويتين متساويتين
2	$AC = BD$	قطرا شبه المنحرف المتساوي الساقين
3	$AO = AC - OC = BD - OD = BO$	طرح قطع متساوية من قطع متساوية

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 8

أ.

	الادّعاء	التعليل
1	$DE \parallel BC$ و $DE = BC \div 2$	DE قطعة متوسّطة في المثلّث ABC
2	$DE \neq BC$	DE نصف BC، لذا الضلعان الآخران غير متوازيين
3	DECB شبه منحرف	شكل رباعيّ فيه زوج واحد فقط من الأضلاع المتوازية
4	$DB = AB \div 2 = AC \div 2 = EC$	D وE منتصفان، و $AB = AC$
5	DECB شبه منحرف متساوي الساقين	ساقاه متساويتان

ب. $DE = 14 \div 2 = 7$ سم، $DB = EC = 10 \div 2 = 5$ سم. المحيط $= 7 + 5 + 14 + 5 = 31$ سم.

السؤال 9

أ. في المثلّث القائم DBC: $\measuredangle ADC = \measuredangle BCD = 60°$ (شبه منحرف متساوي الساقين)، إذن $\measuredangle BDC = 180° - 90° - 60° = 30°$.

$\measuredangle ADB = 60° - 30° = 30°$ ، و $\measuredangle ABD = \measuredangle BDC = 30°$ لأنّهما متبادلتان و $AB \parallel DC$ ، و $\measuredangle BAD = 180° - 30° - 30° = 120°$.

ب. في المثلّث ABD: $\measuredangle ABD = \measuredangle ADB = 30°$ ، إذن المثلّث متساوي الساقين و $AB = AD$ (ضلعان مقابلان لزاويتين متساويتين).

ج. في المثلّث القائم DBC: BC يقابل الزاوية $30°$ ، إذن $DC = 2 \cdot BC = 12$ سم.

$AB = AD = 6$ سم، والمحيط $= 6 + 6 + 6 + 12 = 30$ سم.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 10

أ.

	الادّعاء	التعليل
1	$\measuredangle BAD + \measuredangle ADC = 180°$	زاويتان متحالفتان، $AB \parallel DC$
2	$\measuredangle EAD + \measuredangle EDA = 180° \div 2 = 90°$	AE وDE منصّفان للزاويتين
3	$\measuredangle AED = 180° - 90° = 90°$	مجموع زوايا المثلّث AED

ب.

	الادّعاء	التعليل
1	$ME = AD \div 2 = MA$	المتوسّط إلى الوتر في المثلّث القائم AED يساوي نصف الوتر

ج.

	الادّعاء	التعليل
1	$\measuredangle MEA = \measuredangle MAE$	المثلّث MAE متساوي الساقين
2	$\measuredangle MAE = \measuredangle EAB$	AE منصّف الزاوية $\measuredangle BAD$
3	$\measuredangle MEA = \measuredangle EAB$	تعويض
4	$ME \parallel AB$	زاويتان متبادلتان متساويتان
5	$ME \parallel DC$	$ME \parallel AB$ و $AB \parallel DC$
6	E تقع على القطعة المتوسّطة	المستقيم الخارج من منتصف الساق AD موازيًا للقاعدتين هو القطعة المتوسّطة

© المعلّمة كرستين عيد برانسي