مدرسة راهبات المخلص الناصرة
בית ספר נזירות המושיע נצרת
SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
ת.ד. ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 🖷 04/6084337 נצרת NAZARETH 16101 الناصرة ١٦١٠١
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

ورقة عمل: المربّع

الصف التاسع

تذكير

- تعريف: المربّع شكل رباعيّ جميع أضلاعه متساوية وجميع زواياه قائمة. المربّع مستطيل ومعيّن معًا، فله كلّ خواصّ متوازي الأضلاع والمستطيل والمعيّن.
- خواصّ القطرين: قطرا المربّع متساويان، ومتعامدان، وينصّف كلّ منهما الآخر، وينصّف كلّ قطر زاويتي الرأسين اللذين يصل بينهما (فيكوّن زاوية $45°$ مع كلّ ضلع).
- إذا كان طول ضلع المربّع a فإنّ: المحيط $= 4a$ ، المساحة $= a^2$ ، وبحسب نظريّة فيثاغورس: القطر $d = a\sqrt{2}$ ، والمساحة أيضًا $= d^2 \div 2$.
- شروط كافية لكي يكون الشكل الرباعيّ مربّعًا: مستطيل فيه ضلعان متجاوران متساويان؛ مستطيل قطراه متعامدان؛ معيّن فيه زاوية قائمة؛ معيّن قطراه متساويان؛ شكل رباعيّ قطراه متساويان ومتعامدان وينصّف كلّ منهما الآخر.
- القطعة المتوسّطة في المثلّث: تصل بين منتصفي ضلعين، وهي موازية للضلع الثالث وتساوي نصفه.

أوّلًا: حسابات

1.

أ. طول قطر مربّع 10 سم. احسب مساحة المربّع وطول ضلعه.

.....

.....

.....

.....

ب. مساحة مربّع 72 سم^2. احسب طول قطره.

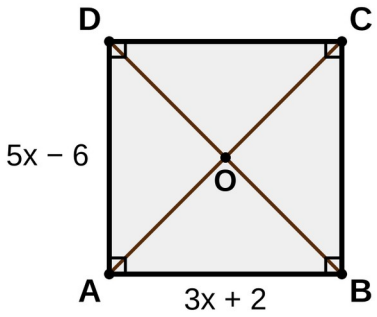
.....

.....

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

2. ABCD مربّع، قطراه يتقاطعان في النقطة O.
معطى: $AB = 3x + 2$ و $AD = 5x - 6$
(بالسنتيمتر).



أ. جد x، واحسب طول ضلع المربّع ومحيطه ومساحته.

.....

.....

.....

.....

ب. احسب طول القطر AC.

.....

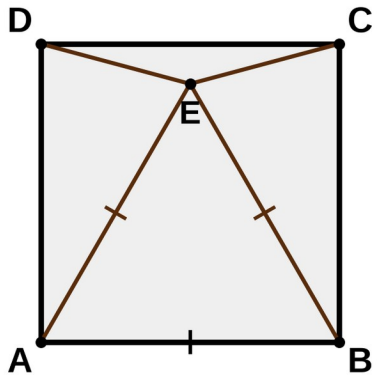
.....

ج. احسب $\measuredangle OAB$ و $\measuredangle AOB$. علّل.

.....

.....

3. داخل المربّع ABCD بُني المثلّث المتساوي الأضلاع ABE، ووُصلت النقطة E بالرأسين C وD.



أ. احسب $\measuredangle DAE$. علّل.

.....

.....

ب. علّل لماذا المثلّث ADE متساوي الساقين، واحسب $\measuredangle ADE$ و $\measuredangle AED$.

.....

.....

.....

ج. احسب $\measuredangle EDC$ و $\measuredangle DEC$.

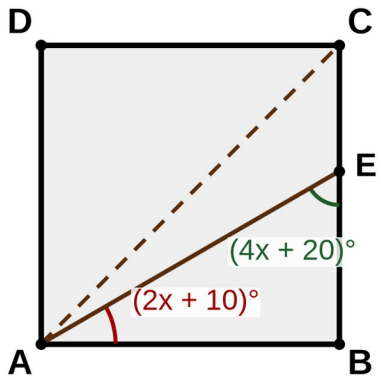
.....

.....

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

4. ABCD مربّع، والنقطة E على الضلع BC. معطى:
$\measuredangle BAE = (2x + 10)°$ و $\measuredangle AEB = (4x + 20)°$.



أ. جد x، واحسب $\measuredangle BAE$ و $\measuredangle AEB$.

.....

.....

.....

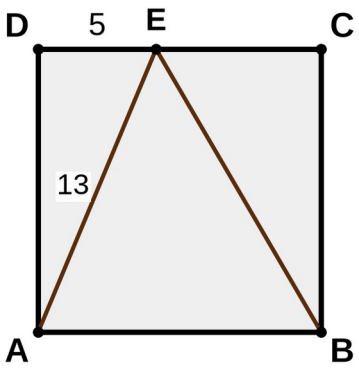
ب. احسب $\measuredangle EAC$ و $\measuredangle AEC$. علّل.

.....

.....

.....

5. ABCD مربّع. النقطة E على الضلع CD بحيث $DE = 5$ سم و $AE = 13$ سم.



أ. احسب طول ضلع المربّع.

.....

.....

.....

ب. احسب مساحة المثلّث ABE. ماذا تلاحظ عند مقارنتها بمساحة المربّع؟

.....

.....

.....

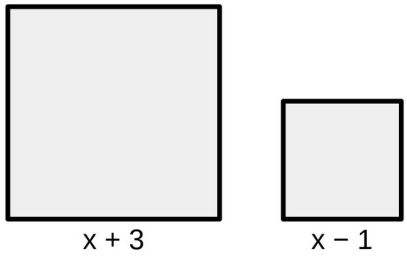
ج. احسب مساحة شبه المنحرف ABCE.

.....

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

6. طول ضلع مربّع $x + 3$ سم، وطول ضلع مربّع آخر $x - 1$ سم. الفرق بين مساحتي المربّعين 56 سم^2.



أ. اكتب معادلة وجد x.

.....

.....

.....

.....

ب. احسب محيط كلّ واحد من المربّعين.

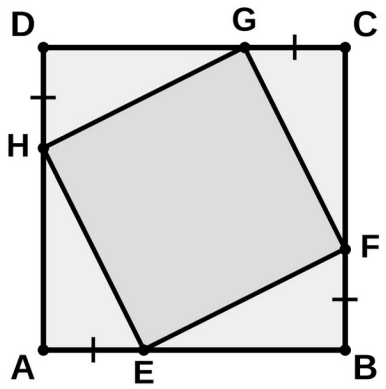
.....

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ثانيًا: براهين

7. معطى: ABCD مربّع. النقاط E وF وG وH تقع على الأضلاع AB وBC وCD وDA بحيث AE = BF = CG = DH.



أ. برهن: △AEH ≅ △BFE.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب. برهن: EFGH مربّع.

.....

.....

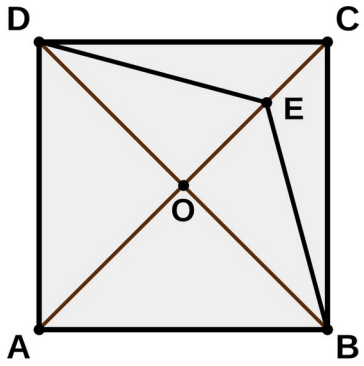
.....

.....

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

8. معطى: ABCD مربّع، قطراه يتقاطعان في النقطة O. النقطة E تقع على القطعة OC.



أ. برهن: $\triangle ADE \cong \triangle ABE$.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

ب. برهن: $\sphericalangle EBD = \sphericalangle EDB$.

.....

.....

.....

ج. معطى أيضًا: $\sphericalangle BED = 120°$. احسب $\sphericalangle ABE$ و $\sphericalangle AEB$.

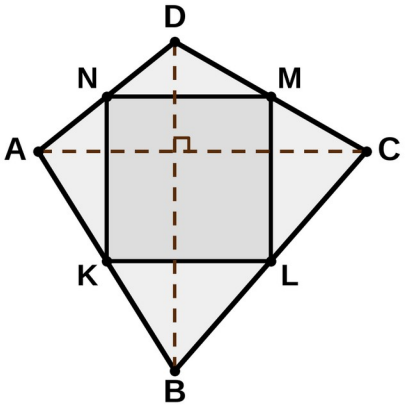
.....

.....

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

9. معطى: في الشكل الرباعيّ ABCD القطران متساويان ومتعامدان: $AC = BD$ و $AC \perp BD$. النقاط K وL وM وN منتصفات الأضلاع AB وBC وCD وDA.



أ. برهن: KLMN متوازي أضلاع. (اعتمد على القطعة المتوسّطة في المثلّث.)

.....

.....

.....

.....

ب. برهن: KLMN مربّع.

.....

.....

.....

.....

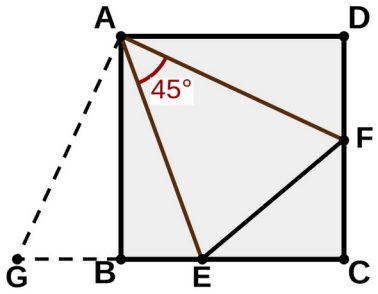
ج. إذا كان $AC = BD = 12$ سم، فاحسب مساحة KLMN.

.....

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

10. سؤال تحدٍّ: معطى: ABCD مربّع. النقطة E على الضلع BC والنقطة F على الضلع CD بحيث $\measuredangle EAF = 45°$.



برهن: $EF = BE + DF$.

إرشاد: مدّد الضلع CB إلى النقطة G بحيث $BG = DF$ ، وبرهن أوّلًا أنّ $\triangle ADF \cong \triangle ABG$ ، ثمّ أنّ $\triangle AEF \cong \triangle AEG$.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الإجابات

السؤال 1

أ. المساحة $d^2 \div 2 = 100 \div 2 = 50$ سم²، وطول الضلع $= \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \approx 7.07$ سم.

ب. $d^2 \div 2 = 72$ إذن $d^2 = 144$ و $d = 12$ سم.

السؤال 2

أ. في المربّع جميع الأضلاع متساوية: $3x + 2 = 5x - 6$ ، إذن $x = 4$.

طول الضلع $= 3 \cdot 4 + 2 = 14$ سم، المحيط $= 4 \cdot 14 = 56$ سم، المساحة $= 14^2 = 196$ سم².

ب. $AC = 14\sqrt{2} \approx 19.8$ سم، بحسب نظريّة فيثاغورس في المثلّث القائم ABC.

ج. $\measuredangle OAB = 45°$ لأنّ قطر المربّع ينصّف الزاوية القائمة، و $\measuredangle AOB = 90°$ لأنّ قطري المربّع متعامدان.

السؤال 3

أ. $\measuredangle DAE = 90° - 60° = 30°$ ، لأنّ زاوية المربّع قائمة، وكلّ زاوية في المثلّث المتساوي الأضلاع تساوي $60°$.

ب. $AE = AB$ (ضلعان في مثلّث متساوي الأضلاع) و $AB = AD$ (ضلعان في المربّع)، إذن $AE = AD$ ، والمثلّث ADE متساوي الساقين.

$\measuredangle ADE = \measuredangle AED = (180° - 30°) \div 2 = 75°$ (زاويتا القاعدة متساويتان).

ج. $\measuredangle EDC = 90° - 75° = 15°$ ، وبالطريقة نفسها $\measuredangle ECD = 15°$ ، إذن $\measuredangle DEC = 180° - 15° - 15° = 150°$.

السؤال 4

أ. في المثلّث القائم ABE: $(2x + 10) + (4x + 20) = 90$ ، إذن $6x = 60$ و $x = 10$.

$\measuredangle BAE = 30°$ و $\measuredangle AEB = 60°$.

ب. $\measuredangle BAC = 45°$ (القطر ينصّف زاوية المربّع)، إذن $\measuredangle EAC = 45° - 30° = 15°$.

$\measuredangle AEC = 180° - 60° = 120°$ (زاويتان متجاورتان على مستقيم).

السؤال 5

أ. في المثلّث القائم ADE: $AD^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$ ، إذن طول الضلع $AD = 12$ سم.

ب. مساحة المثلّث ABE تساوي $(12 \cdot 12) \div 2 = 72$ سم² لأنّ القاعدة AB والارتفاع يساوي ضلع المربّع، وهي نصف مساحة المربّع التي تساوي 144 سم²، أينما كانت النقطة E على CD.

ج. $EC = 12 - 5 = 7$ سم، ومساحة شبه المنحرف ABCE تساوي $(12 + 7) \cdot 12 \div 2 = 114$ سم².

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 6

أ. $(x + 3)^2 - (x - 1)^2 = 56$

$x^2 + 6x + 9 - x^2 + 2x - 1 = 56$

$8x + 8 = 56$ ، إذن $x = 6$.

ب. طولا الضلعين 9 سم و5 سم، والمحيطان 36 سم و20 سم.

السؤال 7

أ.

	الادّعاء	التعليل
1	$AE = BF$	معطى
2	$AB = BC$	ضلعان في المربّع
3	$AH = AD - DH = AB - AE = EB$	طرح قطع متساوية من قطع متساوية
4	$\sphericalangle A = \sphericalangle B = 90°$	زاويتان في المربّع
5	$\triangle AEH \cong \triangle BFE$	ض.ز.ض (بحسب 1، 3، 4)

السؤال 7 – تكملة

ب. بالطريقة نفسها تتطابق المثلّثات الأربعة AEH وBFE وCGF وDHG.

	الادّعاء	التعليل
1	$EH = FE = GF = HG$	أضلاع متناظرة في مثلّثات متطابقة
2	EFGH معيّن	شكل رباعيّ جميع أضلاعه متساوية
3	$\sphericalangle AEH = \sphericalangle BFE$	زاويتان متناظرتان في مثلّثين متطابقين
4	$\sphericalangle BFE + \sphericalangle BEF = 90°$	في المثلّث القائم BFE
5	$\sphericalangle AEH + \sphericalangle BEF = 90°$	تعويض
6	$\sphericalangle HEF = 180° - 90° = 90°$	زاوية مستقيمة
7	EFGH مربّع	معيّن فيه زاوية قائمة

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 8

أ.

	الادّعاء	التعليل
1	AB = AD	ضلعان في المربّع
2	∢BAE = ∢DAE = 45°	قطر المربّع ينصّف الزاوية
3	AE = AE	ضلع مشترك
4	△ABE ≅ △ADE	ض.ز.ض

ب.

	الادّعاء	التعليل
1	BE = DE	ضلعان متناظران في مثلّثين متطابقين
2	المثلّث BED متساوي الساقين	فيه ضلعان متساويان
3	∢EBD = ∢EDB	زاويتا القاعدة في مثلّث متساوي الساقين

ج. $\measuredangle EBD = \measuredangle EDB = (180° - 120°) \div 2 = 30°$ ، و $\measuredangle ABD = 45°$ (القطر ينصّف زاوية المربّع)، إذن $\measuredangle ABE = 45° + 30° = 75°$.

في المثلّث ABE: $\measuredangle BAE = 45°$ ، إذن $\measuredangle AEB = 180° - 45° - 75° = 60°$.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 9

أ.

	الادّعاء	التعليل
1	$KL \parallel AC$ و $KL = AC \div 2$	قطعة متوسّطة في المثلّث ABC
2	$NM \parallel AC$ و $NM = AC \div 2$	قطعة متوسّطة في المثلّث ADC
3	$KL \parallel NM$ و $KL = NM$	مستقيمان موازيان لمستقيم ثالث؛ تعويض
4	KLMN متوازي أضلاع	شكل رباعيّ فيه ضلعان متقابلان متوازيان ومتساويان

ب.

	الادّعاء	التعليل
1	$LM \parallel BD$ و $LM = BD \div 2$	قطعة متوسّطة في المثلّث BCD
2	$KL = LM$	$AC = BD$ معطى، ونصفاهما متساويان
3	$KL \perp LM$	$AC \perp BD$ ، و $KL \parallel AC$ و $LM \parallel BD$
4	KLMN مربّع	متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان وزاوية قائمة

ج. طول ضلع KLMN يساوي $12 \div 2 = 6$ سم، والمساحة $6^2 = 36$ سم^2.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 10

نمدّد CB إلى النقطة G بحيث $BG = DF$.

	الادّعاء	التعليل
1	$AB = AD$	ضلعان في المربّع
2	$\measuredangle ABG = \measuredangle ADF = 90°$	$\measuredangle ABG$ مجاورة للزاوية القائمة $\measuredangle ABC$
3	$BG = DF$	بناء
4	$\triangle ABG \cong \triangle ADF$	ض.ز.ض
5	$AG = AF$ و $\measuredangle BAG = \measuredangle DAF$	عنصران متناظران في مثلّثين متطابقين
6	$\measuredangle GAE = \measuredangle DAF + \measuredangle BAE$	$\measuredangle GAE = \measuredangle BAG + \measuredangle BAE$ ، وتعويض من 5
7	$\measuredangle DAF + \measuredangle BAE = 90° - 45° = 45°$	$\measuredangle BAD = 90°$ و $\measuredangle EAF = 45°$
8	$\measuredangle GAE = \measuredangle FAE = 45°$	من 6 و7
9	$AE = AE$	ضلع مشترك
10	$\triangle AEG \cong \triangle AEF$	ض.ز.ض (بحسب 5، 8، 9)
11	$EF = EG = GB + BE = DF + BE$	ضلعان متناظران؛ G وB وE على مستقيم واحد

© المعلّمة كرستين عيد برانسي