مدرسة راهبات المخلص الناصرة | בית ספר נזירות המושיע נצרת | SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
الناصرة ١٦١٠١ ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 🖷 04/6084337 NAZARETH 16101 נצרת
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

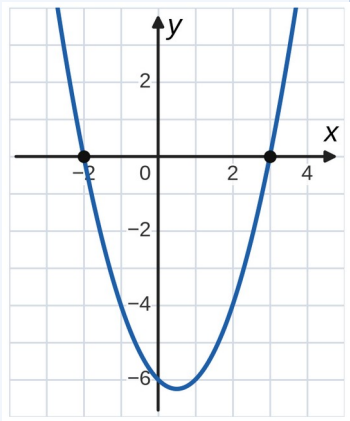
اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

ورقة عمل: المتباينات التربيعيّة

الصف التاسع – 5 وحدات

تذكير: حلّ متباينة تربيعيّة بواسطة الدالّة التربيعيّة

- ننقل كلّ الحدود إلى طرف واحد، فنحصل على متباينة بالصورة $ax^2 + bx + c > 0$ (أو $<$، $\geq$، $\leq$).
- نجد النقاط الصفريّة للدالّة $y = ax^2 + bx + c$ (بالتحليل أو بقانون الجذور).
- نرسم رسمًا تقريبيًّا: قطع قائم إذا كان $a > 0$، ومقلوب إذا كان $a < 0$.
- $y > 0$: حيث الرسم فوق المحور x. $y < 0$: حيث الرسم تحت المحور x.



مثال: نحلّ المتباينة $x^2 - x - 6 < 0$.

النقاط الصفريّة: $(x + 2)(x - 3) = 0$، إذن $x = 3$ أو $x = -2$.

القطع قائم، وهو تحت المحور x بين النقطتين الصفريّتين:

$$-2 < x < 3$$

الجزء الأوّل: حلّ المتباينات من الرسم البيانيّ

1. ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة.

أ. حلّ المتباينة $x^2 - 16 < 0$ هو:

1) $x < 4$ **2)** $-4 < x < 4$

3) $x > 4$, $x < -4$ **4)** $x < 16$

ب. لأيّ قيم x تكون الدالّة $y = -(x - 1)^2 - 2$ موجبة؟

1) $x > 1$ **2)** $x < 1$ **3)** لكلّ x **4)** لا توجد قيم

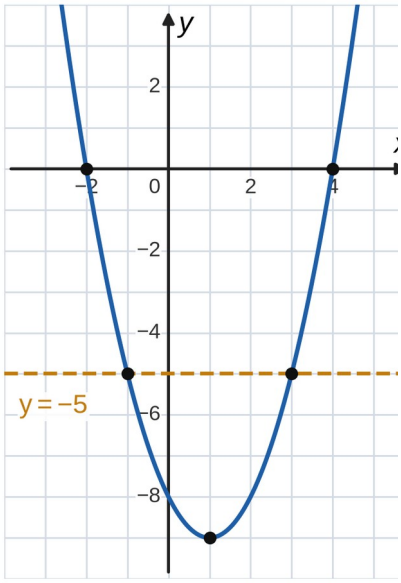
ج. أيّ متباينة مجموعة حلولها $x < -1$ أو $x > 5$؟

1) $(x + 1)(x - 5) < 0$ **2)** $(x + 1)(x - 5) > 0$

3) $(x - 1)(x + 5) > 0$ **4)** $-(x + 1)(x - 5) > 0$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

2. أمامك الرسم البيانيّ للدالّة $f(x) = x^2 - 2x - 8$، والمستقيم $y = -5$.



أ. حلّ المتباينة $f(x) > 0$.

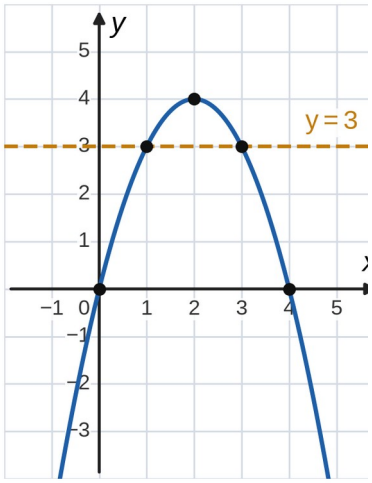
ب. حلّ المتباينة $f(x) \leq 0$.

ج. حلّ المتباينة $f(x) < -5$.

د. حلّ المتباينة $f(x) \geq -9$.

هـ. هل للمتباينة $f(x) < -9$ حلول؟ علّل.

3. أمامك الرسم البيانيّ للدالّة $g(x) = -x^2 + 4x$، والمستقيم $y = 3$.



أ. حلّ المتباينة $g(x) > 0$.

ب. حلّ المتباينة $g(x) \leq 0$.

ج. حلّ المتباينة $g(x) \geq 3$.

د. ما حلّ المتباينة $g(x) < 4$؟ وما حلّ المتباينة $g(x) \leq 4$؟ علّل.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الجزء الثاني: حلّ المتباينات التربيعيّة جبريًّا

4. حلّ المتباينات الآتية. (جد النقاط الصفريّة، وارسم رسمًا تقريبيًّا للقطع المكافئ.)

أ) $x^2 - 7x + 10 < 0$

الحلّ: _____

ب) $x^2 + 2x - 15 \geq 0$

الحلّ: _____

ج) $-x^2 + x + 12 > 0$

الحلّ: _____

د) $2x^2 - 3x - 2 \leq 0$

الحلّ: _____

5. حلّ المتباينات الآتية، وانتبه إلى الحالات الخاصّة.

أ) $x^2 \geq 9$

الحلّ: _____

ب) $x^2 - 6x + 9 > 0$

الحلّ: _____

ج) $x^2 + x + 3 < 0$

الحلّ: _____

د) $3x^2 < 12x$

الحلّ: _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

6. انقل كلّ الحدود إلى طرف واحد، ثمّ حلّ المتباينة.

أ) $x(x + 1) > 2(x + 3)$ **ب)** $(x - 2)^2 \leq 2x - 1$

الحلّ: _____ الحلّ: _____

ج) $(2x + 1)(x - 3) \geq x^2 - 9$ **د)** $(x + 3)(x - 3) < 8x$

الحلّ: _____ الحلّ: _____

7. الحلول الصحيحة:

أ. كم عددًا صحيحًا يحقّق المتباينة $x^2 - 3x - 10 < 0$؟ وما مجموع هذه الأعداد؟

العدد: _____ المجموع: _____

ب. جد أكبر عدد صحيح وأصغر عدد صحيح يحقّقان المتباينة $x^2 + 4x \leq 21$.

الأكبر: _____ الأصغر: _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

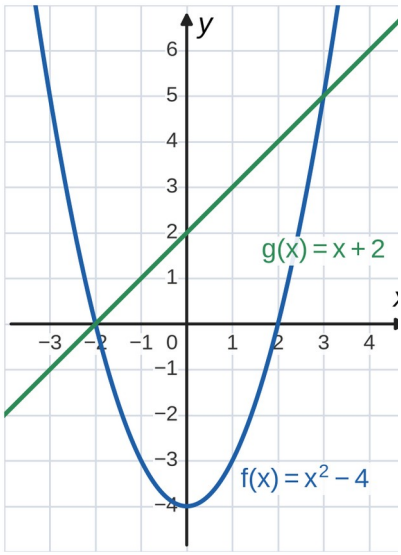
8. جد قيم x التي تحقّق المتباينتين معًا:

$x^2 - 9 > 0$ $x^2 - 5x + 4 \leq 0$

الحلّ: _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الجزء الثالث: المتباينات والتقاطع، ومسائل كلاميّة



9. في هيئة المحاور المجاورة رُسم الرسمان البيانيّان للدالّتين $f(x) = x^2 - 4$ و$g(x) = x + 2$.

أ. جد بطريقة جبريّة نقطتي التقاطع بين الرسمين.

ب. حلّ المتباينة $f(x) < g(x)$.

ج. حلّ المتباينة $f(x) \geq g(x)$.

د. لأيّ قيم x تكون $f(x) < 0$ و$g(x) > 0$ معًا؟

10. قُذفت كرة إلى الأعلى من سطح الأرض. ارتفاع الكرة (بالأمتار) بعد t ثانية يُعطى بالدالّة:

$h(t) = -5t^2 + 30t$

أ. متى تكون الكرة في الهواء؟

ب. متى يكون ارتفاع الكرة أكثر من 25 مترًا؟

ج. كم ثانية يكون ارتفاع الكرة أكثر من 40 مترًا؟

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

11. مسائل كلاميّة:

أ. محيط مستطيل 20 سم، وطول أحد أضلاعه x سم. لأيّ قيم x تكون مساحة المستطيل 21 سم^2 على الأقلّ؟

الجواب: _____

ب. هل يمكن أن تكون مساحة هذا المستطيل أكبر من 25 سم^2؟ علّل.

ج. ربح مصنع (بآلاف الشواقل) عند بيع x قطعة يُعطى بالدالّة $P(x) = -x^2 + 40x - 300$. لأيّ قيم x يكون للمصنع ربح (أي $P(x) > 0$)؟ ولأيّ قيم x يكون الربح 75 ألف شيكل على الأقلّ؟

12. تحدٍّ: جد كلّ القيم. (تلميح: متى لا يقطع القطع المكافئ المحور x؟)

أ. جد كلّ قيم k التي تكون فيها المتباينة $x^2 + 6x + k > 0$ صحيحة لكلّ x.

الجواب: _____

ب. جد كلّ قيم m التي تكون فيها المتباينة $-x^2 + 2x + m < 0$ صحيحة لكلّ x.

الجواب: _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الإجابات

السؤال 1

أ	2	القطع $y = x^2 - 16$ قائم ونقاطه الصفريّة ± 4. $x^2 < 16$:
ب	4	القطع مقلوب ونقطة رأسه $(-2, 1)$ تحت المحور x، فالدالّة سالبة دائمًا.
ج	2	القطع $y = (x + 1)(x - 5)$ قائم، وهو فوق المحور x خارج النقطتين الصفريّتين -1 و5.

السؤال 2

أ	$x < -2 \quad , \quad x > 4$	الرسم فوق المحور x خارج النقطتين الصفريّتين -2 و4.
ب	$-2 \le x \le 4$	الرسم تحت المحور x أو عليه.
ج	$-1 < x < 3$	الرسم تحت المستقيم $y = -5$ بين نقطتي التقاطع $(-5, -1)$ و$(-5, 3)$.
د	x كلّ	نقطة الرأس $(1, -9)$ صغرى، فكلّ قيم الدالّة أكبر من -9 أو تساويها.
هـ	لا يوجد حلّ	أصغر قيمة للدالّة هي -9.

السؤال 3

أ	$0 < x < 4$	القطع مقلوب، وهو فوق المحور x بين النقطتين الصفريّتين 0 و4.
ب	$x \le 0 \quad , \quad x \ge 4$	
ج	$1 \le x \le 3$	الرسم فوق المستقيم $y = 3$ أو عليه، بين النقطتين $(1, 3)$ و$(3, 3)$.
د		نقطة الرأس $(2, 4)$ عظمى، إذن لا توجد قيم أكبر من 4، لذلك لا يوجد حلّ للمتباينة الأولى، وكلّ x حلّ للثانية.

السؤال 4

أ	$(x - 2)(x - 5) < 0$ $2 < x < 5$	قطع قائم: سالب بين النقطتين الصفريّتين.
ب	$(x + 5)(x - 3) \ge 0$ $x \le -5 \quad , \quad x \ge 3$	قطع قائم: موجب أو صفر خارج النقطتين الصفريّتين.
ج	$-(x - 4)(x + 3) > 0$ $-3 < x < 4$	قطع مقلوب: موجب بين النقطتين الصفريّتين.
د	$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4}$ $-0.5 \le x \le 2$	النقاط الصفريّة 2 و-0.5، والقطع قائم.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 5

أ	$x^2 - 9 \geq 0$ $x \leq -3 \quad , \quad x \geq 3$	
ب	$(x - 3)^2 > 0$ $x \neq 3$	كلّ عدد ما عدا 3، لأنّ مربّع العدد موجب إلّا إذا كان العدد صفرًا.
ج	$b^2 - 4ac = 1 - 12 = -11$	لا توجد نقاط صفريّة والقطع قائم، فهو فوق المحور x دائمًا، إذن لا يوجد حلّ.
د	$3x^2 - 12x < 0$ $3x(x - 4) < 0 \quad \Rightarrow \quad 0 < x < 4$	

السؤال 6

أ	$x^2 + x - 2x - 6 > 0$ $x^2 - x - 6 > 0$ $(x - 3)(x + 2) > 0$	$x < -2$ أو $x > 3$.
ب	$x^2 - 4x + 4 \leq 2x - 1$ $x^2 - 6x + 5 \leq 0$ $(x - 1)(x - 5) \leq 0$	$1 \leq x \leq 5$.
ج	$2x^2 - 5x - 3 \geq x^2 - 9$ $x^2 - 5x + 6 \geq 0$ $(x - 2)(x - 3) \geq 0$	$x \leq 2$ أو $x \geq 3$.
د	$x^2 - 9 < 8x$ $x^2 - 8x - 9 < 0$ $(x - 9)(x + 1) < 0$	$-1 < x < 9$.

السؤال 7

أ	$(x - 5)(x + 2) < 0 \quad \Rightarrow \quad -2 < x < 5$ $-1, 0, 1, 2, 3, 4$	6 أعداد صحيحة، ومجموعها 9.
ب	$x^2 + 4x - 21 \leq 0$ $(x + 7)(x - 3) \leq 0 \quad \Rightarrow \quad -7 \leq x \leq 3$	أكبر عدد صحيح 3، وأصغر عدد صحيح -7.

السؤال 8

	$(x - 1)(x - 4) \leq 0 \quad \Rightarrow \quad 1 \leq x \leq 4$ $x^2 > 9 \quad \Rightarrow \quad x < -3 \quad , \quad x > 3$ $3 < x \leq 4$	نحلّ كلّ متباينة على حدة، ثمّ نأخذ القيم المشتركة.

السؤال 9

أ	$x^2 - 4 = x + 2$ $x^2 - x - 6 = 0$ $(x - 3)(x + 2) = 0$	نقطتا التقاطع هما $(-2, 0)$ و$(3, 5)$.
ب	$-2 < x < 3$	الرسم البيانيّ للدالّة f تحت المستقيم بين نقطتي التقاطع.
ج	$x \leq -2 \quad , \quad x \geq 3$	
د	$f(x) < 0 \quad \Rightarrow \quad -2 < x < 2$ $g(x) > 0 \quad \Rightarrow \quad x > -2$	القيم المشتركة: $-2 < x < 2$.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 10

أ	$-5t^2 + 30t > 0$ $-5t(t-6) > 0 \quad \Rightarrow \quad 0 < t < 6$	الكرة في الهواء بين اللحظة 0 واللحظة 6 ثوانٍ.
ب	$-5t^2 + 30t > 25$ $t^2 - 6t + 5 < 0$ $(t-1)(t-5) < 0 \quad \Rightarrow \quad 1 < t < 5$	نقسم على -5 فتنقلب الإشارة.
ج	$t^2 - 6t + 8 < 0$ $(t-2)(t-4) < 0 \quad \Rightarrow \quad 2 < t < 4$	مدّة ثانيتين.

السؤال 11

أ	$x(10-x) \geq 21$ $x^2 - 10x + 21 \leq 0$ $(x-3)(x-7) \leq 0 \quad \Rightarrow \quad 3 \leq x \leq 7$	طول الضلع الآخر $10 - x$ سم (نصف المحيط 10 سم). طول الضلع بين 3 سم و7 سم.
ب	$x(10-x) - 25 = -(x-5)^2 \leq 0$	لا يمكن: أكبر مساحة 25 سم² (عندما $x = 5$، أي مربّع).
ج	$x^2 - 40x + 300 < 0$ $(x-10)(x-30) < 0 \quad \Rightarrow \quad 10 < x < 30$	يوجد ربح عندما $10 < x < 30$.
	$-x^2 + 40x - 300 \geq 75$ $x^2 - 40x + 375 \leq 0$ $x = \frac{40 \pm \sqrt{1600-1500}}{2} = \frac{40 \pm 10}{2}$ $15 \leq x \leq 25$	الربح 75 ألف شيكل على الأقلّ عندما $15 \leq x \leq 25$.

السؤال 12

أ	$b^2 - 4ac = 36 - 4k < 0$ $k > 9$	القطع قائم، ويكون فوق المحور x دائمًا عندما لا توجد له نقاط صفريّة.
ب	$b^2 - 4ac = 4 + 4m < 0$ $m < -1$	القطع مقلوب، ويكون تحت المحور x دائمًا عندما لا توجد له نقاط صفريّة.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي