مدرسة راهبات المخلص الناصرة
בית ספר נזירות המושיע נצרת
SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
الناصرة ١٦١٠١ ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 04/6084337 NAZARETH 16101 נצרת
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

ورقة عمل: متوازي الأضلاع

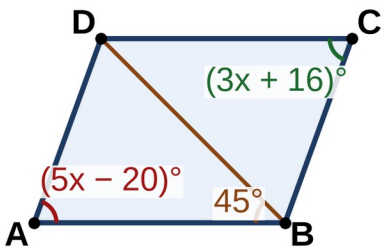
الصف التاسع

تذكير

- تعريف: متوازي الأضلاع شكل رباعيّ فيه كلّ ضلعين متقابلين متوازيان.
- خواصّه: كلّ ضلعين متقابلين متساويان، كلّ زاويتين متقابلتين متساويتان، مجموع كلّ زاويتين متجاورتين $180°$ ، القطران ينصّف كلّ منهما الآخر.
- شروط كافية: يكون الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع إذا تحقّق فيه أحد الشروط الآتية: كلّ ضلعين متقابلين متوازيان، أو كلّ ضلعين متقابلين متساويان، أو ضلعان متقابلان متساويان ومتوازيان، أو كلّ زاويتين متقابلتين متساويتان، أو القطران ينصّف كلّ منهما الآخر.

أوّلًا: حسابات

1. في متوازي الأضلاع ABCD معطى: $\sphericalangle A = (5x - 20)°$ ، $\sphericalangle C = (3x + 16)°$ ، والقطر BD يكوّن مع الضلع AB زاوية $\sphericalangle ABD = 45°$.



أ. جد قيمة x. علّل.

.....

ب. احسب زوايا متوازي الأضلاع الأربع.

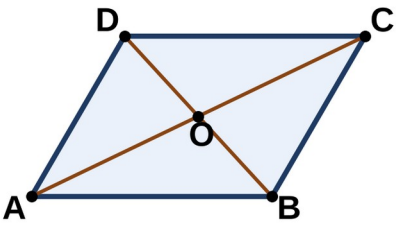
.....

ج. احسب $\sphericalangle ADB$ و $\sphericalangle BDC$. علّل كلّ خطوة.

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

2. القطران في متوازي الأضلاع ABCD يتقاطعان في النقطة O. معطى (الأطوال بالسنتيمتر):



$AB = 2x + 1$ $\quad BC = x + 4$ $\quad CD = 3x - 5$

$AO = y + 2$ $\quad AC = 3y - 4$

أ. جد قيمة x، واحسب طولي الضلعين AB وBC.

ب. احسب محيط متوازي الأضلاع.

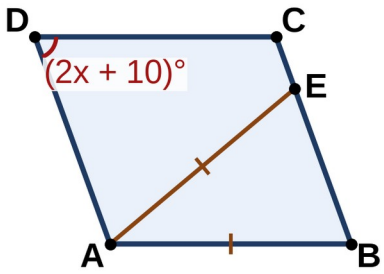
ج. جد قيمة y، واحسب طول القطر AC. علّل.

د. احسب محيط المثلّث ABC.

3. في متوازي الأضلاع ABCD معطى:

$\measuredangle D = (2x + 10)°$ ، $\measuredangle BAD = (3x + 20)°$.

النقطة E تقع على الضلع BC بحيث $AE = AB$.

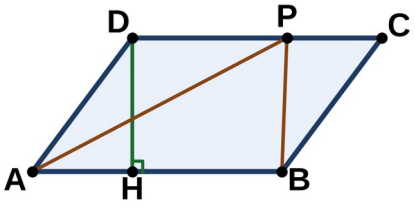


أ. جد قيمة x، واحسب $\measuredangle D$ و $\measuredangle BAD$.

ب. احسب $\measuredangle AEB$ و $\measuredangle BAE$. علّل كلّ خطوة.

ج. احسب $\measuredangle EAD$ و $\measuredangle AEC$. علّل.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي



4. في متوازي الأضلاع ABCD معطى: $AB = 15$ سم، $AD = 10$ سم. القطعة DH ارتفاع إلى الضلع AB، و $DH = 8$ سم. النقطة P تقع على الضلع DC.

أ. احسب مساحة متوازي الأضلاع.

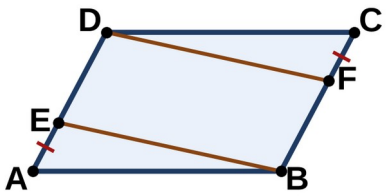
ب. احسب طولي القطعتين AH وHB.

ج. احسب طول الارتفاع إلى الضلع AD.

د. احسب مساحة المثلّث ABP. اشرح لماذا لا تتعلّق الإجابة بموقع النقطة P على الضلع DC.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ثانيًا: براهين



5. في متوازي الأضلاع ABCD النقطة E تقع على الضلع AD، والنقطة F تقع على الضلع BC، بحيث AE = CF.

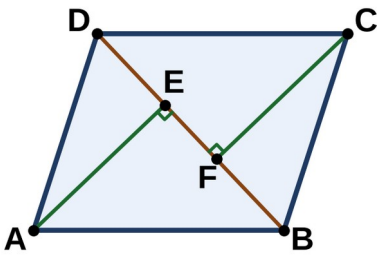
أ. برهن أنّ △ABE ≅ △CDF.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب. برهن أنّ الشكل الرباعيّ EBFD متوازي أضلاع.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

© المعلّمة كرستين عيد برانسي



6. في متوازي الأضلاع ABCD رُسم القطر BD.
$AE \perp BD$ و $CF \perp BD$ ، والنقطتان E وF تقعان على القطر BD.

أ. برهن أنّ $\triangle CDF \cong \triangle ABE$.

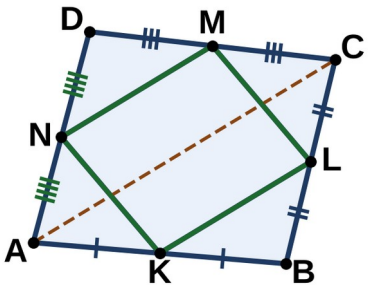
	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب. برهن أنّ الشكل الرباعيّ AFCE متوازي أضلاع.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

7. في الشكل الرباعيّ ABCD النقاط K وL وM وN هي منتصفات الأضلاع AB وBC وCD وDA بالترتيب.



أ. ارسم القطر AC، وبرهن أنّ $KL \parallel NM$ وأنّ $KL = NM$.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

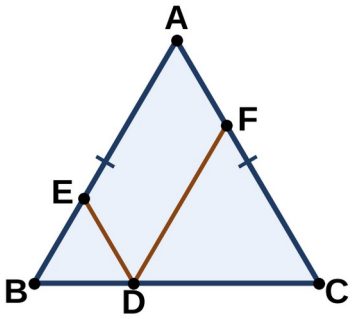
ب. استنتج أنّ الشكل الرباعيّ KLMN متوازي أضلاع. علّل.

.....

ج. معطى: $AC = 14$ سم، $BD = 10$ سم. احسب محيط KLMN.

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي



8. المثلّث ABC متساوي الساقين، فيه $AB = AC$.
النقطة D تقع على القاعدة BC. رُسمت $DE \parallel AC$ حيث النقطة E على AB، ورُسمت $DF \parallel AB$ حيث النقطة F على AC.

أ. برهن أنّ الشكل الرباعيّ AEDF متوازي أضلاع.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		

ب. برهن أنّ المثلّث EBD متساوي الساقين.

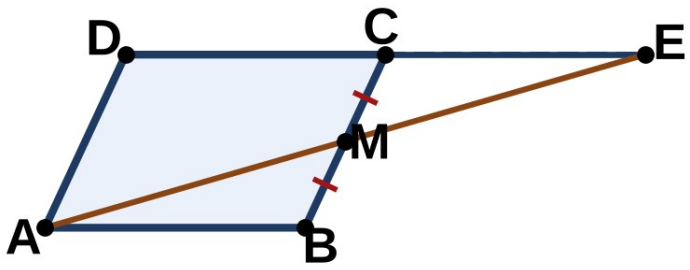
	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

ج. برهن أنّ $DE + DF = AB$.

د. معطى: $AB = 9$ سم. احسب محيط متوازي الأضلاع AEDF. هل يتعلّق المحيط بموقع النقطة D؟

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

9. سؤال تحدٍّ: في متوازي الأضلاع ABCD النقطة M منتصف الضلع BC. امتداد القطعة AM يلتقي بامتداد الضلع DC في النقطة E.



أ. برهن أنّ $\triangle ABM \cong \triangle ECM$.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب. برهن أنّ النقطة C منتصف القطعة DE.

ج. برهن أنّ مساحة المثلّث ADE تساوي مساحة متوازي الأضلاع ABCD.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الإجابات

السؤال 1

أ	$5x - 20 = 3x + 16 \rightarrow x = 18$	الزاويتان المتقابلتان في متوازي الأضلاع متساويتان
ب	$\sphericalangle A = \sphericalangle C = 70°$, $\sphericalangle B = \sphericalangle D = 110°$	الزوايا المتجاورة مجموعها $180°$ ، والمتقابلة متساوية
ج	$\sphericalangle ADB = 180° - 70° - 45° = 65°$ $\sphericalangle BDC = \sphericalangle ABD = 45°$	مجموع زوايا المثلّث ABD زاويتان متبادلتان بين المتوازيين $AB \parallel DC$

السؤال 2

أ	$2x + 1 = 3x - 5 \rightarrow x = 6$ $AB = 13$, $BC = 10$	الضلعان المتقابلان AB وCD متساويان
ب	$P = 2(13 + 10) = 46$	المحيط 46 سم
ج	$AC = 2AO \rightarrow 3y - 4 = 2(y + 2)$ $y = 8$, $AC = 20$	القطران ينصّف كلّ منهما الآخر، إذن O منتصف AC
د	$13 + 10 + 20 = 43$	محيط المثلّث 43 سم

السؤال 3

أ	$(2x + 10) + (3x + 20) = 180 \rightarrow x = 30$ $\sphericalangle D = 70°$, $\sphericalangle BAD = 110°$	زاويتان متجاورتان في متوازي الأضلاع
ب	$\sphericalangle B = \sphericalangle D = 70°$ $\sphericalangle AEB = \sphericalangle B = 70°$ $\sphericalangle BAE = 180° - 140° = 40°$	زاويتان متقابلتان في متوازي الأضلاع زاويتا القاعدة في المثلّث المتساوي الساقين ABE، لأنّ $AE = AB$ مجموع زوايا المثلّث
ج	$\sphericalangle EAD = 110° - 40° = 70°$ $\sphericalangle AEC = 180° - 70° = 110°$	أو: $\sphericalangle EAD = \sphericalangle AEB$ زاويتان متبادلتان بين $AD \parallel BC$ زاويتان متجاورتان على مستقيم

السؤال 4

أ	$S = AB \cdot DH = 15 \cdot 8 = 120$	المساحة 120 سم مربّع
ب	$AH^2 = 10^2 - 8^2 = 36 \rightarrow AH = 6$ $HB = 15 - 6 = 9$	نظريّة فيثاغورس في المثلّث القائم AHD
ج	$10 \cdot h = 120 \rightarrow h = 12$	المساحة تساوي الضلع ضرب الارتفاع إليه: 12 سم
د	$S(ABP) = 15 \cdot 8 : 2 = 60$	ارتفاع المثلّث من P إلى AB يساوي دائمًا البعد بين المتوازيين AB وDC أي 8 سم، فالمساحة دائمًا نصف مساحة متوازي الأضلاع

السؤال 5 – أ

	ادّعاء	تعليل
1	$AB = CD$	ضلعان متقابلان في متوازي الأضلاع
2	$\sphericalangle A = \sphericalangle C$	زاويتان متقابلتان في متوازي الأضلاع

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

3	AE = CF	معطى
4	△ABE ≅ △CDF	نظريّة التطابق ض ز ض

السؤال 5 – ب

	ادّعاء	تعليل
1	AD = BC	ضلعان متقابلان في متوازي الأضلاع
2	ED = AD − AE = BC − CF = BF	طرح قطع متساوية من قطع متساوية
3	ED ∥ BF	تقعان على الضلعين المتوازيين AD ∥ BC
4	EBFD متوازي أضلاع	فيه ضلعان متقابلان متساويان ومتوازيان

السؤال 6 – أ

	ادّعاء	تعليل
1	AB = CD	ضلعان متقابلان في متوازي الأضلاع
2	∢ABE = ∢CDF	زاويتان متبادلتان بين AB ∥ DC والقاطع BD
3	∢AEB = ∢CFD = 90°	معطى (AE ⊥ BD ، CF ⊥ BD)
4	∢BAE = ∢DCF	مجموع زوايا المثلّث 180°
5	△ABE ≅ △CDF	نظريّة التطابق ز ض ز

السؤال 6 – ب

	ادّعاء	تعليل
1	AE = CF	ضلعان متناظران في مثلّثين متطابقين
2	AE ∥ CF	مستقيمان عموديّان على المستقيم نفسه BD
3	AFCE متوازي أضلاع	فيه ضلعان متقابلان متساويان ومتوازيان

السؤال 7 – أ

	ادّعاء	تعليل
1	KL ∥ AC ، KL = AC : 2	KL قطعة متوسّطة في المثلّث ABC
2	NM ∥ AC ، NM = AC : 2	NM قطعة متوسّطة في المثلّث ADC
3	KL ∥ NM ، KL = NM	مستقيمان موازيان للمستقيم نفسه، وقطعتان تساوي كلّ منهما نصف AC

السؤال 7 – ب، ج

ب	KLMN	متوازي أضلاع لأنّ فيه ضلعين متقابلين متساويين ومتوازيين
ج	KL = NM = 14 : 2 = 7 LM = KN = 10 : 2 = 5 P = 2(7 + 5) = 24	LM وKN قطعتان متوسّطتان موازيتان للقطر BD المحيط 24 سم

السؤال 8 – أ

	ادّعاء	تعليل
1	ED ∥ AF ، DF ∥ AE	معطى (DE ∥ AC ، DF ∥ AB)
2	AEDF متوازي أضلاع	كلّ ضلعين متقابلين متوازيان (التعريف)

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 8 – ب

	ادّعاء	تعليل
1	$\measuredangle B = \measuredangle C$	زاويتا القاعدة في المثلّث المتساوي الساقين ABC
2	$\measuredangle EDB = \measuredangle C$	زاويتان متناظرتان بين $DE \parallel AC$
3	$\measuredangle EDB = \measuredangle B$	مساواة بالتعدّي
4	$EB = ED$	في المثلّث مقابل الزاويتين المتساويتين ضلعان متساويان، إذن EBD متساوي الساقين

السؤال 8 – ج، د

ج	$DF = AE \ , \ DE = EB$ $DE + DF = EB + AE = AB$	ضلعان متقابلان في متوازي الأضلاع AEDF، ومن البند ب
د	$P = 2(DE + DF) = 2 \cdot 9 = 18$	المحيط 18 سم، ولا يتعلّق بموقع النقطة D

السؤال 9 – أ

	ادّعاء	تعليل
1	$BM = CM$	M منتصف BC
2	$\measuredangle AMB = \measuredangle EMC$	زاويتان متقابلتان بالرأس
3	$\measuredangle ABM = \measuredangle ECM$	زاويتان متبادلتان بين $AB \parallel DE$ والقاطع BC
4	$\triangle ABM \cong \triangle ECM$	نظريّة التطابق ز ض ز

السؤال 9 – ب، ج

ب	$CE = AB \ , \ AB = DC$ $CE = DC$	ضلعان متناظران في مثلّثين متطابقين، وضلعان متقابلان في متوازي الأضلاع إذن C منتصف DE
ج	$S(ADE) = S(AMCD) + S(ECM)$ $S(ABCD) = S(AMCD) + S(ABM)$ $S(ECM) = S(ABM)$	المثلّثان المتطابقان متساويان في المساحة، إذن $S(ADE) = S(ABCD)$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي