مدرسة راهبات المخلص الناصرة | בית ספר נזירות המושיע נצרת | SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
ص.ب. 121 الناصرة ١٦١٠١ | ☎ 04/6554674 | 04/6084337 | P.O.BOX 121 נצרת 16101 NAZARETH
E.mail: school@sds-holyland.org | www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

امتحان فصليّ – الصف التاسع (5 وحدات)

مدّة الامتحان: 90 دقيقة

أجب عن جميع الأسئلة، وبيّن طريقة الحلّ بالتفصيل. مجموع النقاط: 100 نقطة.

السؤال 1: التوزيع الموسّع وقوانين الضرب المختصر (14 نقطة)

أ) افتح الأقواس وبسّط التعبير:

$$(2x-3)^2-(x+4)(x-4)-3x(x-5)= _____$$

ب) حلّ المعادلة:

$$(x+3)^2-(x-2)^2=35$$

ج) احسب بدون آلة حاسبة، مستعينًا بقوانين الضرب المختصر:

$$1003^2-997^2= _____$$

د) سؤال تفكير: برهن أنّه لكلّ عدد صحيح n ، التعبير $(n+1)^2-(n-1)^2$ يقبل القسمة على 4.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 2: التحليل إلى عوامل والكسور الجبريّة (14 نقطة)

أ) حلّل إلى عوامل بأكبر قدر ممكن:

(1) $3x^3 - 12x$ **(2)** $x^2 + 2x - 15$ **(3)** $2x^2 - 20x + 50$

ب) حلّ المعادلة بطريقة التحليل إلى عوامل:

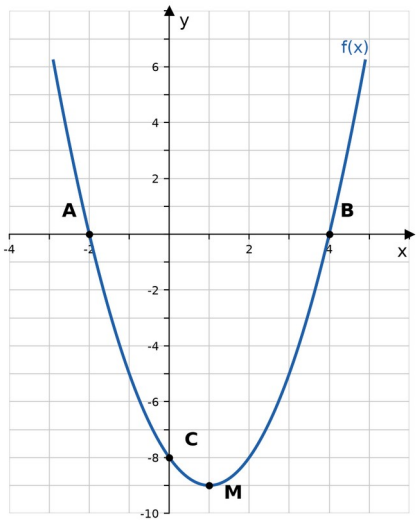
$$x^2 - 5x - 14 = 0$$

ج) اكتب مجال التعريف، ثمّ بسّط التعبير:

$$\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 9} \div \frac{x - 2}{x^2 - 3x} = _____$$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 3: الدالّة التربيعيّة والمتباينة التربيعيّة (16 نقطة)



في الرسم: رسم بيانيّ للدالّة $f(x) = x^2 - 2x - 8$.
M رأس القطع المكافئ، A و B نقطتا التقاطع مع محور x ، و C نقطة التقاطع مع محور y.
أجب جبريًّا عن البنود الآتية.

أ) اكتب الدالّة بصورة الرأس $f(x) = (x - p)^2 + k$ ، ثمّ جد إحداثيّي الرأس M ومعادلة محور التماثل.

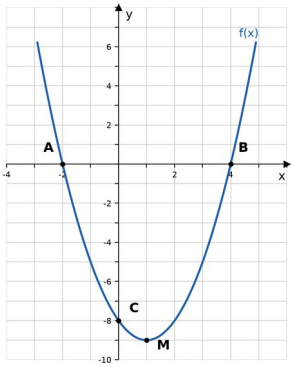
ب) اكتب الدالّة بصورة الضرب (بعد التحليل إلى عوامل)، ثمّ جد إحداثيّي النقطتين A و B.

ج) جد إحداثيّي النقطة C.

د) اكتب مجال التصاعد ومجال التنازل للدالّة.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

تابع السؤال 3



هـ) حلّ المتباينة $x^2 - 2x - 8 < 0$.

و) الدالّة $g(x) = (x - 4)^2 - 9$ نتجت من إزاحة الدالّة $f(x)$. صف الإزاحة، واكتب إحداثيّي رأس الدالّة $g(x)$.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 4: قانون الجذور (10 نقاط)

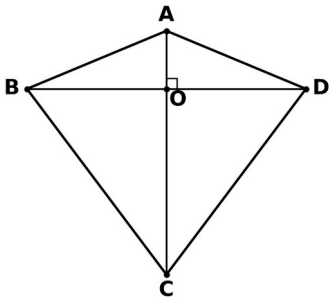
أ) حلّ المعادلة باستعمال قانون الجذور:

$$2x^2 - 3x - 5 = 0$$

ب) اعتمادًا على البند أ، حلّ المتباينة $2x^2 - 3x - 5 \geq 0$.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 5: الدالتون (14 نقطة)



ABCD دالتون، فيه: $AB = AD$ و $CB = CD$.
القطران AC و BD يتقاطعان في النقطة O.

أ) برهن أنّ $\triangle ADC \cong \triangle ABC$ ، واستنتج أنّ القطر AC ينصّف الزاوية $\measuredangle BAD$.

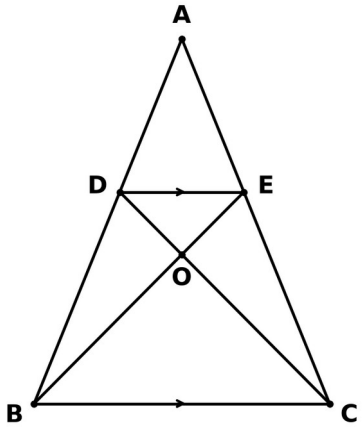
	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب) معطى: $AB = 13$ سم، $BC = 20$ سم، $BD = 24$ سم. اعتمادًا على أنّ القطر الرئيسيّ AC عموديّ على القطر BD وينصّفه، احسب طول القطر AC.

ج) احسب مساحة الدالتون ومحيطه.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 6: المثلّث المتساوي الساقين، التوازي وشبه المنحرف (18 نقطة)



في المثلّث ABC معطى: $AB = AC$.

النقطة D تقع على الضلع AB ، والنقطة E تقع على الضلع AC ، بحيث $DE \parallel BC$.

القطعتان BE و CD تتقاطعان في النقطة O.

أ) برهن أنّ المثلّث ADE متساوي الساقين.

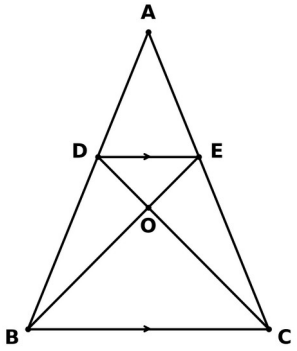
	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب) برهن أنّ $\triangle ECB \cong \triangle DBC$.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

تابع السؤال 6



ج) برهن أنّ المثلّث OBC متساوي الساقين.

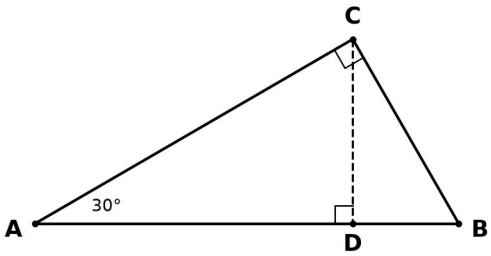
	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		

د) برهن أنّ الشكل الرباعيّ DECB شبه منحرف متساوي الساقين.

هـ) معطى أيضًا: $\measuredangle BAC = (2x + 4)°$ و $\measuredangle ADE = (3x + 8)°$. جد قيمة x ، ثمّ احسب زوايا المثلّث ABC.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 7: المثلّث القائم الزاوية الذي زواياه 30° و 60° و 90° (14 نقطة)



في المثلّث ABC معطى: $\measuredangle ACB = 90°$ ، $\measuredangle BAC = 30°$ ، $AB = 12$ سم.
CD هو الارتفاع على الوتر AB.

أ) احسب طول الضلع BC ، وعلّل إجابتك.

ب) احسب طول القطعة BD وطول القطعة AD.

ج) احسب طول الارتفاع CD.

د) في المثلّث KLM معطى: $\measuredangle KLM = 90°$ ، $KM = 10$ سم، $LM = 5$ سم. جد قياس الزاوية $\measuredangle LKM$ ، وعلّل إجابتك.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الإجابات

السؤال 1: التوزيع الموسّع وقوانين الضرب المختصر

أ)

$(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$ ، $(x+4)(x-4) = x^2 - 16$ ، $3x(x-5) = 3x^2 - 15x$

$4x^2 - 12x + 9 - x^2 + 16 - 3x^2 + 15x = 3x + 25$

ب)

حسب قانون فرق المربّعين: $(x+3-x+2)(x+3+x-2) = 35$

$5(2x+1) = 35$ ، إذن $2x + 1 = 7$ ، إذن $x = 3$

تحقّق: $6^2 - 1^2 = 35$

ج)

$1003^2 - 997^2 = (1003-997)(1003+997) = 6 \cdot 2000 = 12000$

د)

$(n+1)^2 - (n-1)^2 = (n^2 + 2n + 1) - (n^2 - 2n + 1) = 4n$

$4n$ هو حاصل ضرب العدد 4 بعدد صحيح، إذن التعبير يقبل القسمة على 4 لكلّ عدد صحيح n.

السؤال 2: التحليل إلى عوامل والكسور الجبريّة

أ)

(1) $3x^3 - 12x = 3x(x^2 - 4) = 3x(x-2)(x+2)$

(2) نبحث عن عددين حاصل ضربهما -15 ومجموعهما 2 : هما 5 و -3 ، إذن:

$x^2 + 2x - 15 = (x+5)(x-3)$

(3) $2x^2 - 20x + 50 = 2(x^2 - 10x + 25) = 2(x-5)^2$

ب)

$x^2 - 5x - 14 = (x-7)(x+2) = 0$

إذن: $x - 7 = 0$ أو $x + 2 = 0$ ، $x = 7$ أو $x = -2$

ج)

$$\frac{(x+3)(x-2)}{(x-3)(x+3)} \cdot \frac{x(x-3)}{x-2} = x$$

مجال التعريف: $x \neq 3$ ، $x \neq -3$ ، $x \neq 0$ ، $x \neq 2$ (المقامات لا تساوي صفرًا، والمقسوم عليه لا يساوي صفرًا).

بعد الاختزال: التعبير يساوي x في مجال التعريف.

السؤال 3: الدالّة التربيعيّة والمتباينة التربيعيّة

أ)

$x^2 - 2x - 8 = (x^2 - 2x + 1) - 1 - 8 = (x-1)^2 - 9$

الرأس: $M(1, -9)$ ، محور التماثل: $x = 1$

ب)

$f(x) = (x-4)(x+2)$

$f(x) = 0$ عندما $x = 4$ أو $x = -2$ ، إذن: $A(-2, 0)$ ، $B(4, 0)$

ج)

نعوّض $x = 0$: $f(0) = -8$ ، إذن $C(0, -8)$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

د)

القطع المكافئ مفتوح إلى أعلى (معامل x^2 موجب) ورأسه عند $x = 1$:

مجال التنازل: $x < 1$ ، مجال التصاعد: $x > 1$

هـ)

الدالّة سالبة بين نقطتي التقاطع مع محور x : $-2 < x < 4$

و)

$f(x) = (x-1)^2 - 9$ و $g(x) = (x-4)^2 - 9$: إزاحة أفقيّة 3 وحدات إلى اليمين (في اتّجاه محور x الموجب).

رأس g(x) : $(4, -9)$

السؤال 4: قانون الجذور

أ)

$a = 2$ ، $b = -3$ ، $c = -5$ ، $b^2 - 4ac = 9 + 40 = 49$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{3 \pm 7}{4}$$

$x = 2.5$ أو $x = -1$

ب)

القطع المكافئ $y = 2x^2 - 3x - 5$ مفتوح إلى أعلى ويقطع محور x عند -1 و 2.5.

الحلّ: $x \le -1$ أو $x \ge 2.5$

السؤال 5: الدالتون

أ)

	الادّعاء	التعليل
1	$AB = AD$	معطى
2	$CB = CD$	معطى
3	$AC = AC$	ضلع مشترك
4	$\triangle ABC \cong \triangle ADC$	نظريّة التطابق: ضلع، ضلع، ضلع (من 1 و 2 و 3)
5	$\measuredangle BAC = \measuredangle DAC$ ، أي AC ينصّف $\measuredangle BAD$	زاويتان متناظرتان في مثلّثين متطابقين

ب)

$BO = OD = 12$ سم (القطر الرئيسيّ ينصّف القطر الآخر)، و $\measuredangle AOB = \measuredangle COB = 90°$.

في المثلّث AOB حسب نظريّة فيثاغورس: $AO^2 = 13^2 - 12^2 = 25$ ، إذن $AO = 5$ سم.

في المثلّث COB : $CO^2 = 20^2 - 12^2 = 256$ ، إذن $CO = 16$ سم.

$AC = 5 + 16 = 21$ سم

ج)

$$S = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{21 \cdot 24}{2} = 252 \text{ cm}^2$$

المحيط: $2 \cdot 13 + 2 \cdot 20 = 66$ سم

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 6: المثلّث المتساوي الساقين، التوازي وشبه المنحرف

أ)

	الادّعاء	التعليل
1	$\measuredangle ABC = \measuredangle ACB$	زاويتا القاعدة في المثلّث المتساوي الساقين ($AB = AC$)
2	$\measuredangle ADE = \measuredangle ABC$	زاويتان متناظرتان بين مستقيمين متوازيين ($DE \parallel BC$)
3	$\measuredangle AED = \measuredangle ACB$	زاويتان متناظرتان بين مستقيمين متوازيين
4	$\measuredangle ADE = \measuredangle AED$	من 1 و 2 و 3
5	$AD = AE$ ، إذن المثلّث ADE متساوي الساقين	في المثلّث، مقابل زاويتين متساويتين ضلعان متساويان

ب)

	الادّعاء	التعليل
1	$DB = AB - AD$ ، $EC = AC - AE$	النقطتان D و E على الضلعين
2	$DB = EC$	$AB = AC$ (معطى) و $AD = AE$ (البند أ)
3	$\measuredangle DBC = \measuredangle ECB$	زاويتا القاعدة في المثلّث المتساوي الساقين
4	$BC = CB$	ضلع مشترك
5	$\triangle DBC \cong \triangle ECB$	نظريّة التطابق: ضلع، زاوية، ضلع (من 2 و 3 و 4)

ج)

	الادّعاء	التعليل
1	$\measuredangle DCB = \measuredangle EBC$	زاويتان متناظرتان في مثلّثين متطابقين (البند ب)
2	$\measuredangle OCB = \measuredangle OBC$	النقطة O تقع على CD وعلى BE
3	$OB = OC$ ، إذن المثلّث OBC متساوي الساقين	في المثلّث، مقابل زاويتين متساويتين ضلعان متساويان

د)

$BC \parallel DE$ (معطى)، و DB غير موازٍ لـ EC (امتداداهما يلتقيان في A)، إذن DECB شبه منحرف قاعدتاه DE و BC.

ساقاه متساويتان: $DB = EC$ (البند ب)، إذن DECB شبه منحرف متساوي الساقين.

هـ)

$\measuredangle ABC = \measuredangle ADE = (3x + 8)°$ (زاويتان متناظرتان)، و $\measuredangle ACB = \measuredangle ABC$ (زاويتا القاعدة).

مجموع زوايا المثلّث: $(2x + 4) + 2(3x + 8) = 180$

$8x + 20 = 180$ ، إذن $x = 20$

$\measuredangle BAC = 44°$ ، $\measuredangle ABC = \measuredangle ACB = 68°$

السؤال 7: المثلّث القائم الزاوية الذي زواياه 30° و 60° و 90°

أ)

في المثلّث القائم الزاوية، الضلع المقابل لزاوية 30° يساوي نصف الوتر: $BC = 12 : 2 = 6$ سم.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ب)

$\sphericalangle ABC = 180° - 90° - 30° = 60°$. في المثلّث BDC : $\sphericalangle BDC = 90°$ ، إذن $\sphericalangle BCD = 30°$.

BD يقابل زاوية $30°$ في المثلّث القائم BDC : $BD = 6 : 2 = 3$ سم.

$AD = 12 - 3 = 9$ سم

ج)

حسب نظريّة فيثاغورس في المثلّث BDC : $CD^2 = 6^2 - 3^2 = 27$

$$CD = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \approx 5.2 \text{ cm}$$

د)

$LM = 5 = 10 : 2$ ، أي الضلع LM يساوي نصف الوتر KM.

حسب عكس النظريّة: في المثلّث القائم الزاوية، إذا كان ضلع يساوي نصف الوتر فالزاوية المقابلة له $30°$.

$\sphericalangle LKM = 30°$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي